

וקטורים גאומטריים

דף עבודה – שאלון 472



, היעזרו ביישומון



שלכם, צפו בסרטון



לאחר שתתחברו לחשבון וענו על השאלות הבאות:

חלק א' – מושגים יסודיים:

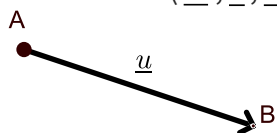


הגדרה: וקטור הוא קטע בעל אורך וכיוון.

וקטור שמוצאו בנקודה A ומסתיים בנקודה B יסומן באופן הבא: $\overrightarrow{AB}$.

ניתן לסמן וקטור באות קטנה באופן הבא: $\underline{u}$ (אותיות מקובלות לסימון הן: $\underline{u}, \underline{v}, \underline{w}$).

מהאיור לעיל מתקיים $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$.



וקטור האפס - וקטור שגודלו אפס, כלומר אין לו כיוון או אורך.

וקטורים קולינאריים - וקטורים הנמצאים על ישרים מקבילים או על אותו ישר.

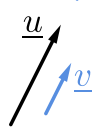
שני וקטורים קולינאריים (השונים מ-0) יכולים להיות באותו הכיוון או בכיוונים מנוגדים.

וקטורים קולינאריים על ישרים מקבילים

כיוונים מנוגדים



כיוון זהה



וקטורים קולינאריים על אותו ישר

כיוונים מנוגדים

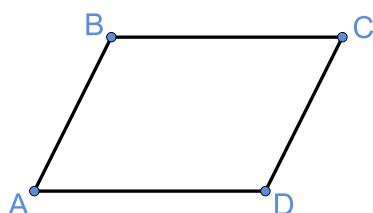


כיוון זהה



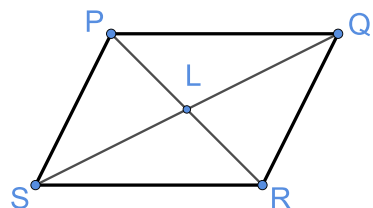
וקטורים שווים - וקטורים שווי אורך ובעלי כיוונים זהים.

וקטורים נגדיים - וקטורים שווי אורך ובעלי כיוונים נגדיים. (הוקטור הנגדי ל- $\overrightarrow{AB}$ מסומן על ידי $\overrightarrow{BA}$ או $-\overrightarrow{AB}$).



(1) במקבילית ABCD נתון: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$.

מצאו את כל הוקטורים במקבילית ששווים ל- $\underline{u}$ או $\underline{v}$.



(2) במקבילית PQRS נפגשים האלכסונים בנקודה L.

א. רשמו וקטורים שקולינאריים לוקטור $\overrightarrow{PL}$.

ב. רשמו וקטור השווה לוקטור $\overrightarrow{PL}$.

ו. רשמו וקטור השווה לוקטור $-\overrightarrow{PL}$.

ג. רשמו שלושה זוגות של וקטורים שווים.

ד. רשמו שלושה זוגות של וקטורים נגדיים.

(3) בטרפז שווה שוקיים KLMN הנקודה T היא אמצע הבסיס KL (ראו סרטוט).

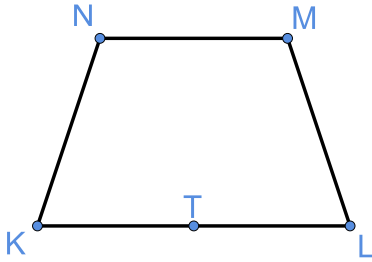
נתון $\overrightarrow{KN} = \underline{u}$, $\overrightarrow{KT} = \underline{v}$. נסמן: $KT = KN$.

א. רשמו את כל הוקטורים השווים ל- $\underline{u}$.

ב. רשמו את כל הוקטורים השווים ל- $-\underline{v}$.

ג. רשמו חמישה זוגות של וקטורים קולינאריים.

ד. האם נכון כי $\overrightarrow{KN} = \overrightarrow{LM}$? נמקו.

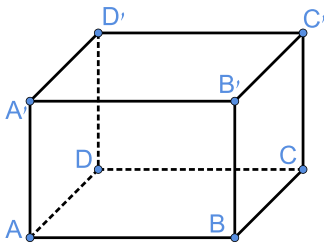


חלק ב' - גופים במרחב:

צפו בסרטון הבא והשתמשו ביישומונים למטה לתזכורת בנושא גופים במרחב וענו על השאלות הבאות:

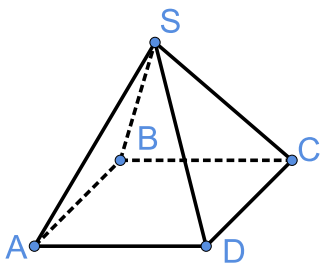


פירמידה מרובעת שאינה ישרה	פירמידה מרובעת ישרה	מושגים יסודיים במקבילון	מושגים יסודיים בקובייה	מושגים יסודיים בתיבה	מושגים יסודיים במנסרה משולשת



(4) בתיבה 'ABCDA'B'C'D' נתון: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AA'} = \underline{w}$.

מצאו את כל הוקטורים בתיבה השווים ל- $\underline{u}$, $\underline{v}$ או $\underline{w}$.



(5) בפירמידה SABCD שבסיסה ריבוע נתון: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AS} = \underline{w}$.

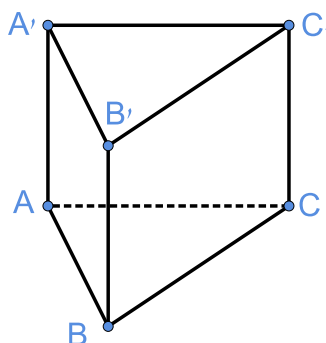
מצאו את כל הוקטורים בפירמידה השווים ל- $\underline{u}$, $\underline{v}$ או $\underline{w}$.

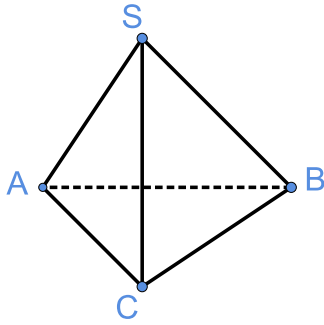


חלק ג' - מושגים בסיסיים במרחב:

* הדוגמאות על-פי הסרטוט שבתחתית הטבלה.

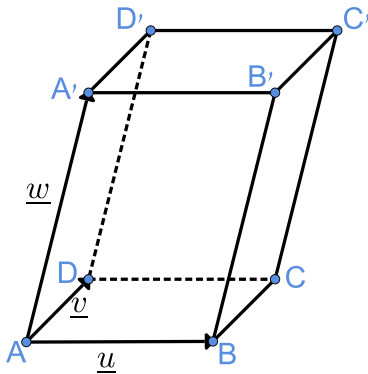
דוגמה מהסרטוט	הסבר המושג	המושג	
AB , BC	ישרים בעלי נקודה משותפת.	ישרים נחתכים	מצב הדדי בין ישרים
AB , A'B'	ישרים שהוקטורים המונחים עליהם הם באותו הכיוון או בכיוונים מנוגדים, ושאינן להם אף נקודה משותפת.	ישרים מקבילים	
AB , CC'	ישרים שהוקטורים המונחים עליהם אינם באותו הכיוון ואין מישור שמכיל את שני הישרים.	ישרים מצטלבים	
	המישור ABC נפרש על ידי שלוש הנקודות A, B, C.	על ידי שלוש נקודות שאינן על ישר אחד	קביעת מישור
	המישור ABC נפרש על ידי הישר AB והנקודה C.	על ידי ישר ונקודה מחוץ לישר	
	המישור ABB'A' נפרש על ידי הישרים המקבילים AB, A'B' או על ידי הישרים הנחתכים A'B, AB'.	על ידי ישרים נחתכים או מקבילים	
המישורים ABC, ABB'A'	מישורים שכל הנקודות המשותפות להם נמצאות על ישר אחד הנקרא ישר החיתוך בין המישורים.	מישורים נחתכים	מצב הדדי בין מישורים
המישורים ABC, A'B'C'	שני מישורים שאין להם אף נקודה משותפת.	מישורים מקבילים	
הישר AB במישור ABC	ישר שכל נקודה בו, נמצאת במישור המכיל את הישר, נקרא מוכל במישור	ישר המוכל במישור	מצב הדדי בין ישר למישור
הישר C'B והמישור ABC שנחתכים בנקודה B	ישר ומישור שיש להם נקודה משותפת אחת.	ישר החותך מישור	
הישר B'C' והמישור ABC	ישר ומישור שאין להם אף נקודה משותפת.	ישר המקביל למישור	





(6) לפניכם סרטוט של הפירמידה המשולשת ABCS.

- א. המישור של בסיס הפירמידה נפרש באחת מ-3 הדרכים הבאות. כתבו דוגמאות מתאימות לכל סעיף:
 - (1) באמצעות שני ישרים נחתכים.
 - (2) באמצעות שלוש נקודות שאינן על ישר אחד.
 - (3) באמצעות ישר ונקודה מחוץ לישר.
- ב. מה המצב ההדדי בין מישור ASC למישור ABC?
- ג. מי הם המישורים שהישר BC הוא ישר החיתוך שלהם?
- ד. מה המצב ההדדי בין:
 - (1) הישר BS למישור BSC?
 - (2) הישר BS למישור ABC?
 - (3) הישר AC לישר BS?
- ה. הנקודות E ו-F הן אמצעי המקצועות BS ו-CS בהתאמה.
 - (1) מה המצב ההדדי בין הישר EF לישר BC?
 - (2) מה המצב ההדדי בין הישר EF למישור ASC?
 - (3) מה המצב ההדדי בין הישר EF למישור ABC?



(7) נתון מקבילון ABCDA'B'C'D'.

נסמן: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AA'} = \underline{w}$.

- א. רשמו את הוקטורים השווים לוקטור:
 - (1) $\underline{u}$
 - (2) $\underline{v}$
 - (3) $\underline{w}$
 - (4) $-\underline{v}$
 - (5) $-\underline{w}$
- ב. הנקודות E ו-F הן אמצעי המקצועות DC ו-D'C' בהתאמה.
 - (1) רשמו את כל הוקטורים הקולינאריים לוקטור $\overrightarrow{DE}$.
 - (2) רשמו את כל הוקטורים השווים לוקטור $\overrightarrow{DE}$.
 - (3) רשמו את כל הוקטורים הנגדיים לוקטור $\overrightarrow{FE}$.
- ג.
 - (1) אילו מישורים מוגדרים ע"י הוקטורים $\underline{u}$ ו- $\underline{v}$?
 - (2) מה המצב ההדדי בין מישורים אלו.

חלק ד' - פעולות בוקטורים גאומטריים:

צפו בסרטונים , - ו- וענו על השאלות הבאות:



חיבור וקטורים - א'



חיבור וקטורים - ב'



סקלר: ערך שיש לו רק גודל (ולא כיוון). לדוגמה: $3, -0.5, \sqrt{2}$.
כפל בסקלר: הגדלה/הקטנה של **אורך וקטור** נתון באמצעות כפל במספר (סקלר).
דגשים:

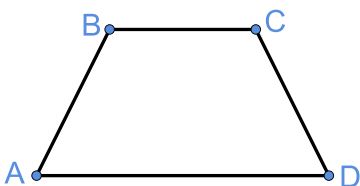
- כפל בסקלר לא משנה את העובדה שהוקטורים מקבילים או לא מקבילים.
- כפל בסקלר שלילי הופך את כיוון הוקטור.

וקטורים קולינאריים: שני וקטורים (שונים מאפס) קולינאריים אם ורק אם אחד מהם שווה למכפלת הוקטור השני בסקלר. כלומר, וקטור אחד מתקבל מהכפלת הוקטור השני בסקלר.

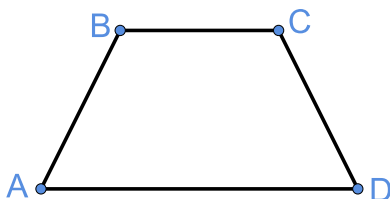
חיבור וקטורים: כלל המשולש / כלל השרשרת - הסבר בסרטון המצורף.

תכונות חיבור וקטורים:

החוק	כתיבה פורמלית	הסבר
חוק החילוף	$\underline{u} + \underline{v} = \underline{v} + \underline{u}$	חוקים: דומים לחוקי כפל וחיבור מספרים.
חוק הקיבוץ	$(\underline{u} + \underline{v}) + \underline{w} = \underline{u} + (\underline{v} + \underline{w})$	מטרתם להראות שאפשר:
חוק הקיבוץ של כפל בסקלר	$t \cdot (s \cdot \underline{u}) = (t \cdot s) \cdot \underline{u}$	א. לפתוח סוגריים
חוק הפילוג של כפל בסקלר	$(t + s) \underline{u} = t \underline{u} + s \underline{u}$	ב. להוציא גורם משותף
חוק הפילוג בוקטורים	$t(\underline{u} + \underline{v}) = t \underline{u} + t \underline{v}$	ג. לכנס איברים דומים ד. לכפול שני אגפי שוויון במספר שונה מאפס.



(8) בטרפז ABCD שבסרטוט נתון: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$, $AD = 3BC$. מצאו את כל הוקטורים בטרפז שניתן להביע באמצעות $\underline{u}$ או $\underline{v}$.



(9) בטרפז ABCD שבסרטוט נתון: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$, $AD = 3BC$.

א. הביעו באמצעות $\underline{u}$ ו- $\underline{v}$ את הוקטורים $\overrightarrow{AC}$ ו- $\overrightarrow{DC}$.

ב. הנקודה E היא אמצע הצלע AD.

הביעו באמצעות $\underline{u}$ ו- $\underline{v}$ את הוקטור $\overrightarrow{BE}$.

ג. הנקודה F היא אמצע הצלע CD.

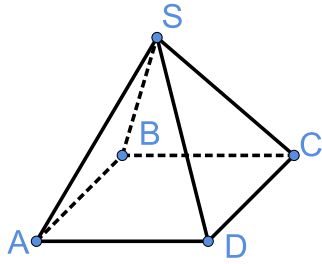
הביעו באמצעות $\underline{u}$ ו- $\underline{v}$ את הוקטור $\overrightarrow{AF}$.



סרטון



סרטון



10 בפירמידה SABCD שבסיסה ריבוע נתון: $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AD} = \underline{v}$, $\vec{AS} = \underline{w}$.

א. הביעו באמצעות $\underline{u}$ ו- $\underline{v}$ את הוקטורים $\vec{AC}$ ו- $\vec{SC}$.

ב. הנקודה N היא אמצע המקצוע SD.

הביעו באמצעות $\underline{u}$ ו- $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$ את הוקטור $\vec{BN}$.

תשובות סופיות:

$$\underline{u} = \vec{DC}, \underline{v} = \vec{BC} \quad (1)$$

$$\vec{PL}, \vec{LR}, \vec{PR} \text{ א. } \vec{PL} = -\vec{LR}, \vec{PL} = \vec{LR} \text{ ב.} \quad (2)$$

$$\vec{PS}, -\vec{PS}; \vec{SR}, -\vec{SR}; \vec{RQ}, -\vec{RQ} \text{ ד. } \vec{QP} = \vec{SR}, \vec{PQ} = \vec{SR}, \vec{SP} = \vec{RQ}, \vec{PS} = \vec{QR} \text{ ג.} \quad (3)$$

$$\vec{TM} \text{ א. } \vec{LT}, \vec{MN} \text{ ב.} \quad (3)$$

$$\text{ג. } \vec{KN}, \vec{TM} \quad (5); \vec{KL}, \vec{NM} \quad (4); \vec{KT}, \vec{TL} \quad (3); \vec{MN}, \vec{TL} \quad (2); \vec{MN}, \vec{KT} \quad (1)$$

ד. לא. הוקטורים אינם שווים מאחר שהם לא קולינאריים. הם רק שווים בגודלם אך לא בכיוונם.

$$\underline{u}: \vec{AB}, \vec{DC}, \vec{A'B'}, \vec{D'C'}; \underline{v}: \vec{AD}, \vec{BC}, \vec{A'D'}, \vec{B'C'}; \underline{w}: \vec{AA'}, \vec{BB'}, \vec{CC'}, \vec{DD'} \quad (4)$$

$$\vec{AS} \text{ מלבד } \underline{w} \text{ אין וקטורים ששווים לוקטור } \underline{w} \text{ מלבד } \vec{AS} \quad (5)$$

(כי הוקטורים $\vec{BS}, \vec{DS}, \vec{CS}$ אינם באותו כיוון של $\underline{w}$ ולא קולינאריים).

$$\text{א. (1) הישרים שעליהם מונחים המקצועות: } \vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AB}, \vec{BC} \text{ או } \vec{AC}, \vec{BC} \quad (6)$$

א. (2) הנקודות A, B, C.

א. (3) הישר AC והנקודה B, או: הישר AB והנקודה C, או: הישר BC והנקודה A.

ב. מישורים נחתכים. ג. המישור SBC והמישור ABC.

ד. (1) הישר מתלכד עם המישור. ד. (2) הישר חותך את המישור. ד. (3) הישרים מצטלבים.

ה. (1) ישרים מקבילים מכיוון ש-FE קטע אמצעים במשולש BCS.

ה. (2) הישר חותך את המישור בנקודה אחת. ה. (3) הישר מקביל למישור.

$$\text{א. (1): } \vec{AB} = \vec{DC} = \vec{A'B'} = \vec{D'C'}, \quad (2): \vec{AD} = \vec{BC} = \vec{A'D'} = \vec{B'C'}, \quad (3): \vec{AA'} = \vec{BB'} = \vec{CC'} = \vec{DD'} \quad (7)$$

$$(4): \vec{DA} = \vec{CB} = \vec{D'A'} = \vec{C'B'}, \quad (5): \vec{A'A} = \vec{B'B} = \vec{C'C} = \vec{D'D}$$

$$\text{ב. (1): } \vec{DE}: \vec{AB}, \vec{BA}, \vec{A'B'}, \vec{B'A'}, \vec{DC}, \vec{CD}, \vec{D'C'}, \vec{C'D'}, \vec{CE}, \vec{EC}, \vec{FC'}, \vec{C'F}, \vec{D'F}, \vec{FD'}, \vec{ED}$$

$$\text{ב. (2): } \vec{EC}, \vec{D'F}, \vec{FC'} \quad (2) \quad \vec{AA'}, \vec{BB'}, \vec{CC'}, \vec{DD'} \quad (3)$$

ג. (1) ABCD, A'B'C'D' מישורים מקבילים זה לזה. (2) מישורים מקבילים זה לזה.

$$\vec{BC} = \frac{1}{3}\underline{v}, \vec{CD} = \frac{2}{3}\underline{v} - \underline{u} \quad (8)$$

$$\vec{AF} = \frac{1}{2}\underline{u} + \frac{2}{3}\underline{v} \quad \text{ג.} \quad \vec{BE} = -\underline{u} + \frac{1}{2}\underline{v} \quad \text{ב.} \quad \vec{AC} = \underline{u} + \frac{1}{3}\underline{v}, \vec{DC} = \underline{u} - \frac{2}{3}\underline{v} \quad \text{א.} \quad (9)$$

$$\vec{BN} = -\underline{u} + \frac{1}{2}\underline{v} + \frac{1}{2}\underline{w} \quad \text{ב.} \quad \vec{AC} = \underline{u} + \underline{v}, \vec{SC} = \underline{u} + \underline{v} - \underline{w} \quad \text{א.} \quad (10)$$